

KA01 - Prohlubující semináře nad rámec výuky

Kondiční matematika

Prohlubující seminář 3 – Binární relace, funkce a jejich vlastnosti

Termín konání: 06. 11. 2013

Učitel: Marie Sojková

Typ výstupu: test

Závěrečný test

1. Relace

Sestrojte grafy relací:

$$R_1 = \{[x; y] \in R^2; (x+2)^2 + (y+1)^2 \leq 4\}$$

$$R_2 = \left\{ [x; y] \in R^2; -\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{9}{2} \wedge y \leq -1 - |x-4| \right\}$$

$$R_3 = \{[x; y] \in \{-1; 0; 1; 2\} \times R; x \leq y\}$$

2. Funkce – definiční obor

Určete definiční obor funkcí:

$$f_1: y = \frac{\sqrt{x}}{\ln(2-x)}$$

$$f_2: y = \frac{1}{\sqrt{\cos x}}$$

$$f_3: y = \ln \frac{x^2 - 1}{2 + x}$$

3. Sudost a lichost funkce

Určete která z následujících funkcí je sudá nebo lichá:

$$f: y = \frac{|x| - 1}{|x| + 2}$$

$$g: y = 3 - x^2$$

$$h: y = \frac{x-5}{x^3}$$

$$k: y = x^3 + x \cdot \cos x$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

4. Omezenost funkce

Určete, zda je následujících funkce shora omezená, zdola omezená, omezená?

$$f_1: y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$$

5. Monotonnost funkce

Určete monotonii funkcí:

$$f_1: y = \frac{1}{2}x - 3$$

$$f_2: y = 2 + 3 \log_{\frac{1}{2}} x$$

6. Periodičnost funkce

Určete, zda funkce je periodická $f: y = 2 - 3 \sin \frac{3x}{4}$

7. Prostá funkce

Určete, zda je funkce prostá $g: y = 2 - e^{\frac{3-x}{2}}$. V kladném případě určete inverzní funkci

8. Složená funkce

Jsou dány funkce $f(x) = x^3$; $g(x) = \sin x$; $h(x) = \log_2 x$. Určete funkce $f(g(h(x)))$;

Řešení

1. $R_1 =$ vnitřek kruhu $r=4$, $S(-2,-1)$; $R_2 =$ průnik rovinného pásu rovnoběžného s y a pravého úhlu; $R_3 =$ průnik poloroviny a čtyř přímk rovoběžných s y.
2. $D_1 = \langle 0, 1 \rangle \cup (1, 2)$; $D_2 = \cup \left(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi \right)$; $D_3 = (-2, -1) \cup (1, +\infty)$
3. Sudá, sudá, ani sudá ani lichá, lichá
4. Omezená zdola 0, shora 1
5. Rostoucí, klesající
6. Periodická periodou $\frac{8}{3}\pi$
7. Fce je prostá, inverzní funkce $f: y = 6 - 2\ln(2 - x)$
8. $y = \sin^3(\log_2 x)$



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zdroje:

Vlastní zdroje autorky (M. Sojková)

PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika: příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1998, 303 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6099-3.

VEJSADA, František a TALAFOUS. *Sbírka úloh z matematiky: pro SVVŠ*. 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1969. ISBN 95-10-43.