

CZ 1.07/1.1.32/02.0006

KA01 - Prohlubující semináře nad rámec výuky

Kondiční matematika

Prohlubující seminář 5 – Komplexní čísla

Termín konání: 20. 11. 2013

Učitel: Marie Sojková

Typ výstupu: test

## Závěrečný test

---

### 1. Tvary komplexních čísel

Napište

- v algebraickém tvaru daná komplexní čísla:

$$z = \frac{i^{10} - 1}{i^5 + 1} \quad u = \cos \pi + i \cdot \sin \frac{\pi}{2} \quad z = 3 \cdot \left( \cos \frac{5}{6} \pi + i \cdot \sin \frac{5}{6} \pi \right)$$

- v goniometrickém tvaru  $z = \frac{(2 - 3i)^2}{3i - 4}$

### 2. Operace s komplexními čísly

Určete součin a podíl daných komplexních čísel

$$a = 3 \cdot \left( \cos \frac{\pi}{3} + i \cdot \sin \frac{\pi}{3} \right), \quad b = 1.5 \cdot \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \cdot \sin \frac{\pi}{6} \right)$$

### 3. Absolutní hodnota

Vypočtěte absolutní hodnotu komplexních čísel

$$z = \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right)^5, \quad z = \overline{2+i} + 1 - \bar{i}$$

### 4. Rovnice v C

Řešte v C danou rovnici :

- $(2 + 3i) \cdot z + iz = 1 - i$
- $z^6 = -\sqrt{3} \cdot i$
- $z^2 + 2z + 2 = 0$
- $\bar{z} + (3 + i)z = 1 - i$
- $z^2 + 2iz = 1 + 2i$

## 5. Moivreova věta

Vypočítejte  $(\sqrt{2} - i)^5$  pomocí binomické a Moivreovy věty.

## 6. Gaussova rovina

Znáznorněte v Gaussově rovině všechna komplexní čísla  $z$ , která splňují vztah

$$|z - 2| \leq |z + 1 - i| < 5$$

Řešení

- $z = -1 + i, u = -1 + i, z = -\frac{3}{2}\sqrt{3} + \frac{3}{2}i, z = -\frac{16}{25} + \frac{63}{25}i$
- $a \cdot b = 4,5 \cdot \left( \cos \frac{\pi}{2} + i \cdot \sin \frac{\pi}{2} \right); a / b = 2 \cdot \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \cdot \sin \frac{\pi}{6} \right)$
- 1; 3
- $z = -\frac{1}{10} - \frac{3}{10}i; z = \sqrt[3]{3} \left( \cos \frac{\frac{3}{2}\pi + 2k\pi}{6} + i \cos \frac{\frac{3}{2}\pi + 2k\pi}{6} \right); z = -1 \pm i, z = \frac{1}{9} - \frac{5}{9}i, z = 1 \vee z = 1 + 2i$
- $z = -11\sqrt{2} - i, \varphi = 324^\circ 44'; |z| = \sqrt{3}$
- Kruhová úseč (pravá) vyřatá přímkou:  $y = 0,5x$  na kruhu bez kružnice:  $S(-1, 1), r=5$ ,

Vlastní zdroje autorky (M. Sojková) **Zdroje:**

PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika: příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1998, 303 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6099-3.

VEJSADA, František a TALAFIOUS. *Sbírka úloh z matematiky: pro SVVŠ*. 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1969. ISBN 95-10-43.

Bušek, Ivan: *Řešené maturitní úlohy z matematiky*. 2. vyd. Praha: SPN, 1988